بررسی عددی و تحلیلی اثرات تفرق حرارتی بر انتقال حرارت جریان نانوسیال درون یک کانال *

حبیب‌اله سایه‌وند[۱] امیر بصیری‌پارسا[۲]

چکیده در مطالعهٔ حاضر انتقال حرارت جریان نانوسیال از داخل یک کانال با آرایش‌های مختلفی از تزریق نانوذرات به‌عنوان عناصر تفرق حرارتی، بررسی شده‌است. در پدیدهٔ انتقال حرارت حضور نانوذرات در جریان سیال به‌عنوان یکی از مهم‌ترین عوامل ایجاد تفرق یا پراکندگی حرارتی شناخته می‌شود. در این پژوهش نحوهٔ توزیع عناصر تفرق حرارتی یا همان نانوذرات در کانال به سه صورت توزیع در منطقهٔ مرکزی، توزیع در منطقهٔ نزدیکی دیوار و توزیع در کل کانال درنظر گرفته شده‌است. اعتبارسنجی نتایج توسط راه‌حل تحلیلی برای یک وضعیت سادهٔ مسئله و همچنین مقایسه با نتایج ارائه‌شده در مقالات گذشته، انجام شده‌است. حضور نانوذرات در منطقهٔ مرکزی کانال، عدد ناسلت و ویژگی‌های انتقال حرارت را به‌شکل صعودی افزایش می‌دهد؛ اما برای آرایش مرزی، افزایش ضخامت نانوذرات تزریق‌شده منجر به یک رفتار صعودی- نزولی برای عدد ناسلت می‌شود، بنابراین در این توزیع، ضخامت بهینه‌ای برای عناصر تفرق به‌دست می‌آید. همچنین در بررسی توابع توزیع مختلف نانوذرات تزریق‌شده در کل کانال، مشاهده می‌شود که برخلاف توزیع سهموی که منجر به افزایش تقریباً خطی عدد ناسلت می‌شود، در توزیع نمایی و به‌خصوص به‌ازای مقادیر بزرگ‌تر ضریب تفرق، افزایش عدد ناسلت رفتاری غیرخطی دارد که مهم‌ترین وجه تمایز این دو تابع توزیع می‌باشد.

واژه‌های کلیدی انتقال حرارت;تفرق حرارتی;کانال;نانوسیال.

Numerical and Analytical Investigation of Thermal Dispersion Effects on the Heat Transfer of Nanofluid flow inside a Channel

H.-O. Sayehvand A. Basiri Parsa

Abstract *In the present study the heat transfer of nanofluid flow inside a channel with different arrangements of nanoparticles injection (dispersive elements) is investigated. In the heat transfer phenomena, nanoparticles presence in the fluid flow is known as one of the most important factor for the thermal dispersion. In this work, the distribution of dispersive elements or nanoparticles in the channel is considered to be uniformly distributed in the central region and near the walls. The validation of results is verified by the analytical solution for a simple state of the problem and also by comparison with previous published papers. The presence of the nanoparticels in the center region, increase the Nusselt number and heat transfer characteristics with an ascending form. For the boundary arrangement, increasing the thickness of injected nanoparticles lead to an ascending-descending behavior for Nusselt number. Therefore in this distribution, the optimum thickness for dispersive elements is obtained. Also it can be seen that the presence of the nanoparticels with parabolic distribution increase the Nusselt number with a univocal form. For the exponential arrangement, especially for large values of dispersive coefficient, increasing the Nusselt number has a nonlinear behavior that is the most important distinction of these two distribution functions.*

Key Words Channel; Heat transfer; Nanofluids; Thermal dispersion

---

★تاریخ دریافت مقاله ۹۵/۶/۳ و تاریخ پذیرش آن ۹۵/۱۲/۲۳ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v29i2.58387

(۱) نویسندهٔ مسئول: استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان. hsayeh@basu.ac.ir

(۲) دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان.

مقدمه

تولیـد حـرارت در بسـیاری از فراینـدهای صـنعتی اجتناب‌ناپذیر است که برای خارج شدن این حرارت از سیستم معمولاً از جریان یک سیال به‌عنوان خنک‌کـن و ناقل حرارت استفاده می‌شود. به‌عبـارت دیگـر، پدیـدهٔ انتقال حرارت، بـرای کنتـرل دمـای سیسـتم و خـروج حرارت مازاد نقش ویژه و مهمی را دارد. از نقطـه‌نظـر تئوری و عملی، به‌منظور افزایش بازده انتقـال حـرارت در تجهیزاتی نظیر مبدل‌های حرارتی، دو عامل هـدایت حرارتی سیال حامـل انـرژی و ضـریب انتقـال حـرات جابه‌جایی، نقش اساسی را بر عهده دارنـد. بـا افـزایش رقابت جهانی در زمینهٔ صنایع مختلف و نقـش انـرژی در هزینهٔ تولید، این صنایع به‌شـدت بـه‌سـمت توسـعهٔ سیالات پیشرفته و جدید با شاخص‌های حرارتـی بـالا پیش می‌روند. یکی از روش‌هایی که اخیـراً موردتوجـه محققان قرار گرفته است، افزودن نانوذرات فلزی و یـا غیرفلزی با هدایت حرارتی بالاتر نسبت به سیالات پایه نظیر آب است. سوسپانسیون حاصـل از افـزودن ذرات در اندازهٔ نانو به سیال پایه، نانوسـیال نامیـده مـی‌شـود. البته افزودن ایـن ذرات باعـث بـروز مسـائل متعـددی ازجمله ساییدگی و افزایش افت فشار و رسوب و عدم پایداری سوسپانسیون نیز می‌شود. در سـال‌هـای اخیـر مطالعات متعددی درزمینهٔ بررسی بازده انتقال حـرارت در نانوسیالات انجام گرفته‌است. نتایج گـزارش‌شـده از افزایش بازده انتقال حرارتی نانوسیالات توسـط مراکـز تحقیقاتی مختلف و محققان با یکدیگر متفاوت اسـت. مسئلهٔ افزایش بازده حرارتـی نانوسـیال دراثـر حضـور نانوذرات در دو دیدگاه متفـاوت بررسـی مـی‌شـود. از دیدگاه اول، افـزایش ضـریب هـدایت مـؤثر نانوسـیال دراثر حضور نانوذرات با هدایت حرارتی بـالا موجـب افزایش قابل‌توجهی در انتقال حرارت نانوسیال می‌گردد و این افزایش قابل‌توجه در انتقال حرارت نیاز به ایجاد قدرت پمپاژ زیاد را برای افـزایش قـدرت جابـه‌جـایی منتفی می‌گرداند. اما دیدگاه دوم ادعا می‌کند که افزایش انتقال حـرارت دراثـر افـزایش ضـریب هـدایت مـؤثر نانوسیال چندان چشم‌گیر نیسـت و بـه‌منظـور افـزایش بیشتر و موردنظر در میزان انتقال حـرارت، باتوجـه بـه کاهش ظرفیت حرارتی نانوسیال درمقایسه با سیال پایه، بـا افـزایش قـدرت پمپـاژ و درنتیجـه افـزایش انتقـال حرارت جابه‌جایی می‌توان به شـرایط مطلـوب دسـت یافت [1]. ژوان و لی [2] انتقال حرارت جابـه‌جـایی و جریان سیال نانو را در داخل لوله مطالعه کردند. نتـایج آزمایش آنها نشان‌دهندهٔ افزایش ضریب انتقال حـرارت جابه‌جایی و عدد ناسلت بـا افـزایش عـدد رینولـدز و تراکم حجمـی نـانوذره در جریـان توربـولانس اسـت. درمقایسه با آب، استفاده از نـانوذرات مـس بـا تـراکم حجمـی2%، موجـب افـزایش 39% در عـدد ناسـلت می‌شود. ویلیامز و همکاران [3] نانوسـیالات Al2O3 و ZrO2 در آب را در جریان داخـل لولـهٔ افقـی بـا شـار حرارتی ثابت بررسی کردند. آنها دریافتند که در جریان توربـولانس ($3000 < Re < 6300$) عـدد ناسـلت می‌توانـد بـا رابطـهٔ دیتـوس–بـولتر (Dittus-Boelter)، وقتـی خـواص نانوسـیال در رابطـه جاگـذاری شـود، به‌دست آید. این نتایج پیشنهاد می‌کند که هیچ مکـانیزم جدیدی در انتقـال حـرارت بـرای نانوسـیالات وجـود نـدارد. رئـا و همکـاران [4] بااسـتفاده از نانوسـیالات Al_2O_3 و ZrO_2 در آب در جریان آرام در حال توسـعهٔ گرمایی دریافتند که اعداد ناسلت محلی اندازگیری‌شده از آزمایش با نتایج تحلیلی مطابقت دارد. نتایج آنهـا در جریان آرام نشان می‌دهد که نانوسیالات رفتاری مشـابه با مخلوط‌های همگن از خود نشان می‌دهند. فتوکیان و اصفهانی [5] انتقال حرارت جابه‌جایی و افت فشـار را در نانوســیال رقیــق آب و اکســید مــس در جریــان توربولانس به‌صورت آزمایشگاهی مطالعه کردند. نتایج آزمایش‌های آنها نشان می‌دهـد کـه مقاومـت در برابـر جاری شدن حتی در تراکم پایین نـانوذرات نسـبت بـه سیال پایه چشم‌گیـر اسـت و رابطـهٔ تئوری بونگورنـو

نتایج آزمایشگاهی را به‌خوبی پیش‌بینی می‌کند. پـاک و چو [6] انتقال حرارت و اصطکاک نانوسیال‌هـای آب-اکسید آلومینیوم و آب- دی‌اکسـید تیتـانیوم را در لولـه به‌صورت آزمایشگاهی مطالعه کردند. آزمایش‌های آنهـا نشان داد که ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی در تراکم حجمی 3%، به‌میزان 12% از سیال خالص بیشتر است. ایـن در حـالی اسـت کـه افـزایش چشـم‌گیـری در ویسکوزیته نسبت به سیال پایه صورت می‌گیرد. بیانکو و همکاران [7] جابه‌جایی اجباری در لوله را در جریان توربولانس به‌روش عددی مطالعه کردند. آنها از روشی تک‌فاز و دوفاز برای شبیه‌سازی عددی استفاده کردند و نتایج آنها توافق خوبی با روابط ارائه‌شده دارد. بهزادمهر و همکاران [8] انتقال حـرارت جابـه‌جـایی اجبـاری را درون یک لولهٔ دایره‌ای در محیط نانوسیال آب- اکسید مس (Water/Cuo) با دو روش تـک‌فـازی و دوفـازی مطالعه کردند. آنهـا گـزارش کردنـد کـه نتـایج تحلیـل دوفازی به نتایج داده‌های آزمایشگاهی نزدیک‌تر اسـت. درعوض یو و همکاران [9] در مؤسسه آرگون در سال 2011 در یک جمع‌بندی عنـوان کردنـد کـه بـه‌منظـور پیش‌بینی ضریب انتقال حرارت جابه‌جـایی در جریـان آشفته و در تراکم‌های پایین نانوذرات، می‌توان نانوسیال را یک محیط همگن درنظـر گرفـت و از تئـوری‌هـای تک‌فازی برای محاسبهٔ انتقال حرارت استفاده کرد.

مطابق با تحقیقات صورت‌گرفته انتظار می‌رود کـه انتقال حرارت در نانوسیالات، دراثـر افـزایش سـرعت ناشـی از اثـرات اختلاطـی مـرتبط بـا حرکـت براونـی نانوذرات، بیشتر شود. این اثرات اختلاطی دراصـطلاح به‌عنوان اثر پراکندگی یا تفـرق حرارتـی [10] شـناخته می‌شود؛ لذا به‌دلیل وابستگی این پراکندگی حرارتی بـه حضور نانوذرات، به این ذرات ریز معلق در سیال پایـه دراصطلاح ترمـوفیزیکی عناصـر پراکنـدگی یـا تفـرق حرارتی می‌گویند. لازم به ذکر است که از اینجا به بعد، در متن این مقالـه مقصـود از اصـطلاح عناصـر تفـرق، همان نانوذرات می‌باشد. بررسی جنبـه‌هـای دیگـری از اثرات پراکندگی حرارتی در نانوسیالات را می‌تـوان در برخی از آثـار اخیـر [11-16] یافـت. لـی و ژوان [17] افزایش 60% در انتقال حرارت هم‌رفتی در داخل یـک کانال پرشده با نانوسیال را گزارش کردند. این افـزایش قابل‌توجه نشان می‌دهد که پراکندگی یا تفرق حرارتـی مکانیسم اصلی برای انتقال حـرارت در داخـل جریـان هم‌رفتی است. چالش جدید پیدا کـردن روش دیگـری برای بهبود عملکـرد سیسـتم‌هـای خنـک‌کننـده اسـت. همچنین افزایش انتقال حـرارت جابـه‌جـایی در داخـل کانال از طریق کنترل اثرات تفرق حرارتی توسط خالـد و وفایی [18] مورد تحلیل قرار گرفته است .

شاه‌نظری و همکـاران [19] دو دیدگاه تک‌فازی و دوفازی در انتقال حرارت در داخل یک کانال دوبعدی پرشده با مادهٔ متخلخل با دمای دیوارهٔ ثابت را به‌طور جداگانه موردبررسی قرار داده‌اند. همچنین اثرات تفرق حرارتی جریان نانوسیال غیرنیـوتنی روی یـک صـفحهٔ عمودی توسط کامسباران و سیباندا [19] مورد بررسـی قرار گرفته است.

در تحقیـــق حاضـــر، روشـــی بـــرای افـــزایش شاخصـــه‌هـــای انتقـــال حـــرارت از طریـــق اســـتفاده از نانوسیال با خواص پراکندگی حرارتی مناسب پیشـنهاد شده و مورد تجزیه و تحلیـل قـرار گرفتـه اسـت. ایـن افزایش در انتقال حرارت نانوسـیال را مـی‌تـوان بـه دو روش خاص کنترل کرد. روش اول بر پایهٔ انتخاب یک توزیع مناسب برای نانوذرات پخش‌شده در داخل کانال مـی‌باشـد؛ روش دوم کنتـرل اثـرات تفـرق حرارتـی نانوذرات از طریق تزریق جزئی ذرات نانو با دو آرایش تزریق مرکزی و تزریق مرزی می‌باشد. همچنین کنتـرل اثرات تفرق حرارتی و درنهایت میزان انتقـال حـرارت صورت‌گرفته در نانوسیال علاوه بر دو روش ذکرشـده به عوامل دیگری همچـون انـدازهٔ نـانوذرات، خـواص فیزیکی نانوذرات، حضور نیروهای مغناطیسی همراه بـا نانوذرات مغناطیسی، نیروهای گریز از مرکز و نیروهای الکترواستاتیک همـراه بـا نـانوذرات بـاردار الکتریکـی

بستگی دارد. توزیع‌های مختلفی از نانوذرات را می‌توان بااستفاده از ترکیباتی متفاوت از روش‌های فوق به‌دست آورد. به‌عنوان مثال، نانوذرات چگال‌تر مانند نانوذرات مس و یا ذرات با اندازهٔ بزرگ‌تر تمایل به تعلیق در ارتفاعات پایین‌تر در مادهٔ مبرد را دارند. بااین‌حال، نانوذرات با چگالی کمتر مانند نانوذرات کربن و یا ذرات با اندازهٔ کوچک‌تر تمایل به تعلیق در ارتفاعات بالاتر مایعات چگال‌تر مانند محلول‌های آبی و فلزات مایع را دارند؛ به‌این‌ترتیب، خواص پراکندگی حرارتی غیرهمگن را می‌توان به‌دست آورد. اثرات گریز از مرکز تمایل به تولید خواص پراکندگی حرارتی متمرکز در نزدیکی حداقل یکی از مرزها را دارد. حرکت براونی محیط مویین معلق موجب افزایش خواص پراکندگی حرارتی به‌خصوص در نزدیکی صفحات دستگاه‌های خنک‌کننده می‌شود و می‌توان آن را با یک سیستم تعلیق مناسب برای به‌دست آوردن هرگونه خواص پراکندگی حرارتی موردنیاز استفاده کرد.

در این تحقیق، افزایش انتقال حرارت در داخل یک کانال پرشده با مایع مبرد همراه با خواص پراکندگی حرارتی مختلف، تحلیل می‌شود. ترتیبات مختلف برای نانوذرات و یا عناصر پراکنده درنظر گرفته می‌شود. در یک آرایش خاص، نانوذرات یا همان عناصر پراکنده به‌صورت یکنواخت در نزدیکی مرکز کانال ترتیبات توزیع شده‌است. در آرایش دیگر، آنها به‌طور یکنواخت در نزدیکی مرز کانال توزیع شده‌اند. معادلات انرژی برای هر کدام از مناطق مربوطه به‌شکل بی‌بعد درخواهند آمد. نتایج عددی برای عدد ناسلت و توزیع درجه‌حرارت ارائه شده است. لازم به ذکر است که در مقالهٔ حاضر با بهره‌گیری از مدل‌سازی و معادلات حاکم مقالهٔ خالد و وفایی [18]، جنبه‌های مستقلی از مسئله موردتوجه قرار گرفته است و توجه به پارامترهای فیزیکی مهم و بررسی دقیق توزیع‌های مختلف نانوذرات، هدف کار حاضر بوده است.

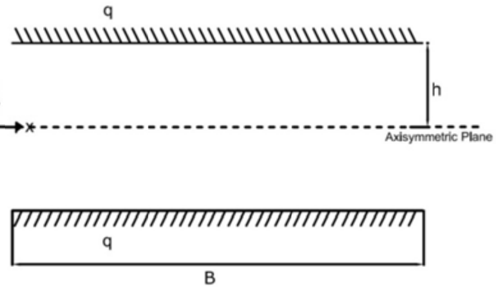
ازجمله نتایج مستقل و نوآوری‌های موجود در این مقاله می‌توان به بررسی تغییرات عدد ناسلت روی دیواره در طول کانال اشاره کرد. همچنین بررسی اثرات ضخامت منطقه تفرق حرارتی بر توزیع دمای بی‌بعد عرضی ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی در دو آرایش مرکزی و مرزی و توجه دقیق‌تر به تأثیرات عدد پکله بر ویژگی‌های حرارتی مسئله ویژگی برجستهٔ دیگر این مقاله می‌باشد. ضمناً در مقالهٔ حاضر به بررسی اثرات کسر حجمی عناصر تفرق (نانوذرات) و ضریب تفرق حرارتی بر عدد ناسلت دیواره در ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی برای سه تابع توزیع یکنواخت، سهموی و نمایی نانوذرات پرداخته شده است.

مدل‌سازی ریاضی

جریان سیال داخل کانال دوبعدی به‌ارتفاع 2h و طول B درنظر گرفته می‌شود. محور x درامتداد خط مرکزی کانال و محور y درجهت عمود بر آن فرض می‌شود (شکل ۱). سیال عبوری که می‌تواند به‌صورت سیال خالص و یا نانوسیال باشد، یک سیال نیوتنی با خواص متوسط ثابت (به‌جز هدایت حرارتی برای محاسبهٔ اثرات پراکندگی حرارتی) فرض شده است که با دمای T_1 وارد کانال می‌شود. شار گرمایی یکنواخت و ثابت q به دو دیوارهٔ کانال اعمال می‌شود. معادلهٔ انرژی در این شرایط به‌صورت زیر است [18]:

$$\rho c_p u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y}\left(k \frac{\partial T}{\partial y}\right) \qquad (۱)$$

میدان سرعت u در داخل کانال توسعه‌یافته فرض می‌شود. حجم عناصر تفرق بسیار کوچک است به‌طوری‌که پروفیل سرعت را می‌توان به‌شکل سهموی درنظر گرفت.



شکل ۱ دیاگرام شماتیک و سیستم مختصات

$$\frac{u}{u_m}=\frac{3}{2}\left(1-\left(\frac{y}{h}\right)^2\right) \qquad (۲)$$

وقتی u_m سرعت متوسط جریان است. برای نانوسیال یا همان رژیم تفرق حرارتی پارامتر ρc_p باید به‌صورت $(\rho c_p)_{nf}$ تعریف شود [17]:

$$(\rho c_p)_{nf}=(1\text{-}\varphi)\left(\rho c_p\right)_f+\varphi\,(\rho c_p)_p \qquad (۳)$$

درحالی‌که زیرنویس‌های f, nf و p به‌ترتیب به نانوسیال یا همان رژیم تفرق، سیال خالص و ذرات جامد اشاره دارند. پارامتر φ هم کسر حجمی المان‌های تفرق یا همان نانوذرات است که برابر با نسبت حجم ذرات نانو به حجم کل است. ذرات معلق فوق‌العاده ریز از قبیل نانوذرات، نانولوله‌ها یا عناصر تفرق در سیال نقش مهمی در انتقال حرارت در داخل کانال بازی می‌کنند که این نقش به‌واسطهٔ حرکت براونی (Brownian motion) است که تمایل به افزایش اختلاط سیال دارد. این عامل انتقال حرارت را افزایش می‌دهد. تصحیحات ارائه‌شده در مقالهٔ لی و ژوان [17] برای اعداد ناسلت در جریان‌های لایه‌ای یا آشفته نشان می‌دهد که انتقال حرارت در حضور نانوذرات افزایش می‌یابد که این میزان دراثر افزایش کسر حجمی نانوذرات، قطر نانوذرات و سرعت جریان، بیشتر نیز خواهد شد. ژوان و روتزل [10] برپایهٔ مدل ارائه‌شده در مرجع [17] مدل خطی زیر را برای هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال ارائه کردند:

$$k=k_0+C^*\,(\rho c_p)_{nf}\,\varphi h u \qquad (٤)$$

ضریب تفرق حرارتی نانوسیال (C^*) وابسته به ویژگی‌های فیزیکی نانوذرات (عناصر تفرق حرارتی) می‌باشد [18]. به‌عبارت دیگر، اندازه و شکل فیزیکی نانوذرات پارامترهای تعیین‌کنندهٔ ضریب تفرق حرارتی می‌باشد. معادلهٔ (٤) یک برآورد اولیه برای تعیین هدایت حرارتی نانوسیال می‌باشد که آن را به‌صورت خطی به ظرفیت حرارتی نانوذرات شناور در سیال مرتبط می‌کند. مطابق با این رابطه، k_0 هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال در شرایط سکون $(u=0)$ می‌باشد. با ایجاد جریان در میدان سیال، هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال باتوجه به خواص هندسی نانوذرات و از طریق پارامتر C^*, مطابق با معادلهٔ (٤) تغییر می‌کند. به لحاظ فیزیکی معادلهٔ فوق یک تقریب درجه‌اول برای هدایت حرارتی نانوسیال است که دارای یک رابطهٔ خطی با ظرفیت گرمایی ذرات نانو می‌باشد. هدایت حرارتی مؤثر نانوذرات تحت شرایط سکون $(u=0)$ از رابطهٔ پیشنهادشده توسط واسپ [21] به‌دست می‌آید:

$$\frac{k_0}{k_f}=\frac{k_p+2k_f-2\varphi(k_f-k_p)}{k_p+2k_f+2\varphi(k_f-k_p)} \qquad (۵)$$

در این تحقیق از نانوذرات مس در آب به‌عنوان سیال پایه استفاده می‌شود. خواص ترموفیزیکی آنها در جدول (۱) ارائه شده است. باتوجه به رابطهٔ (۵)، وجود 2% کسر حجمی نانوذرات مس در داخل سیال به‌میزان 8% مقدار k_p را نسبت به هدایت حرارتی سیال خالص افزایش می‌دهد. از سوی دیگر، نتایج تجربی در کار لی و ژوان [17] نشان می دهد که حضور نانوذرات معلق مس با 2% کسر حجمی، حدود 60% ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی را درمقایسه با سیال خالص

افزایش می‌دهد. این نشان می‌دهد که تفرق حرارتی مکانیسم اصلی برای افزایش انتقال حرارت در داخل کانال پرشده با نانوسیال در شرایط هم‌رفتی است. بی‌بعدسازی معادلهٔ (۱) با متغیرهای بی‌بعد زیر صورت می‌گیرد [18]:

$$X = \frac{x}{h}, Y = \frac{y}{h}, \; U = \frac{u}{u_m}, \; \theta = \frac{T - T_1}{qh / k_f} \quad (٦)$$

با جای‌گذاری متغیرهای بی‌بعد فوق در معادلهٔ (۱) می‌توان نوشت:

$$PeU \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{k}{k_f} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \quad (٧)$$

درحالی‌که عدد پکله (Peclet number) به‌شکل زیر تعریف می‌شود:

$$Pe = \left(\frac{\rho c_p u_m h}{k_f} \right) \quad (٨)$$

باتوجه به مدل ارائه‌شده در مرجع [17] می‌توان نوشت:

$$\frac{k}{k_f} = \frac{k_0}{k_f} + \lambda \frac{(\rho c_p)_{nf}}{(\rho c_p)_f} \varphi U_{nf}, \; \lambda = C^* Pe_f, \quad (٩)$$
$$Pe_f = \left(\frac{(\rho c_p)_f u_m h}{k_f} \right)$$

جدول ۱ خواص ترموفیزیکی سیال پایه و نانوذرات

ویژگی فیزیکی	سیال پایه (آب)	نانوذرات (مس)
$k(W / mK)$	0.6	391
$c_p (kJ / kg\ K)$	4.192	0.398
$\rho (kg / m^3)$	997.1	8933

در این تحقیق بخشی از حجم سیال تحت تأثیر اثرات پراکندگی حرارتی وابسته به ذرات معلق نانو درنظر گرفته می‌شود، درحالی‌که بخش دیگر تنها حاوی سیال خالص است. بارزترین روش برای به‌دست آوردن توزیع خاص برای عناصر پراکندهٔ حرارتی، داشتن سطوح گسترش‌یافتهٔ مویین هادی روی صفحات کانال است. حجم این ساختار به‌اندازهٔ کافی کوچک است که فرض توزیع سهموی برای میدان سرعت هم‌چنان معتبر است. همچنین، خواص پراکندگی حرارتی غیر همگن را می‌توان با داشتن نانوذرات با تراکم‌های مختلف و یا اندازه‌های مختلف به‌دست آورد. نانوذرات یا عناصر پراکنده سنگین‌تر به‌دلیل نیروهای گرانشی تمایل به تعلیق نزدیک به صفحهٔ پایینی دارند، درحالی‌که نانوذرات یا عناصر پراکنده سبک‌تر به‌علت نیروهای شناوری تمایل به تعلیق نزدیک به صفحهٔ بالایی را دارند. با دادن خاصیت مغناطیسی به ذرات نانو و اعمال میدان مغناطیسی متمرکز مناسب می‌توان عناصر پراکنده یا همان نانوذرات را بیشتر در نزدیکی دیواره‌های کانال متمرکز کرد. به‌این‌ترتیب، تفاوت در خواص پراکندهٔ حرارتی نانوسیال می‌تواند به‌دست آید. خواص پراکندهٔ حرارتی مناسب می‌تواند بااستفاده از روش‌های مختلف بحث شده و توسط معادلات (۳-۵) به‌دست آید. معادلهٔ انرژی بی‌بعد برای بخش شامل پراکندگی حرارتی (حضور نانوذرات) به‌شکل زیر است:

$$Pe_f \left(\frac{(\rho c_p)_{nf}}{(\rho c_p)_f} \right) U_{nf} \frac{\partial \theta_{nf}}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial Y}\left(\left(\frac{k_0}{k_f} + \lambda \frac{(\rho c_p)_{nf}}{(\rho c_p)_f} \varphi U_{nf} \right) \frac{\partial \theta_{nf}}{\partial Y} \right) \quad (١٠)$$

درحالی‌که معادلهٔ انرژی برای حجم حاوی سیال خالص عبارت است از:

$$Pe_f U_f \frac{\partial \theta_f}{\partial X} = \frac{\partial^2 \theta_f}{\partial Y^2} \quad (۱۱)$$

در این کار توزیع‌های مختلفی برای نانوذرات ارائه خواهد شد. در یکی از این توزیع‌ها همان‌طور که در شکل (۲) نشان داده شده است، منطقه‌ای که با اثرات پراکندگی حرارتی (نانوذرات) درنظر گرفته می‌شود، منطقه‌ای مستطیل‌شکل به‌ارتفاع $2l$ حول خط مرکزی کانال است. در توزیع دیگر منطقه شامل اثرات پراکندگی حرارتی (نانوذرات) تنها در دو منطقه مستطیل‌شکل چسبیده به دیواره‌های کانال با ارتفاع یکسان l درنظر گرفته می‌شود (شکل ۳). شرایط مرزی برای آرایش مرکزی (آرایش نوع اول) به‌صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
&\frac{d\theta_{nf}(X,0)}{dY} = 0,\\
&\left(\frac{k_0}{k_f} + \lambda \frac{(\rho c_p)_{nf}}{(\rho c_p)_f} \varphi U(\Lambda)\right) \frac{d\theta_{nf}(X,\Lambda)}{dY} = \\
&\frac{d\theta_f(X,\Lambda)}{dY},\\
&\theta_f(X,\Lambda) = \theta_{nf}(X,\Lambda),\\
&\frac{d\theta_f(X,1)}{dY} = 1
\end{aligned} \quad (۱۲)$$

شرایط مرزی برای آرایش مرزی (آرایش نوع دوم) به‌صورت زیر است:

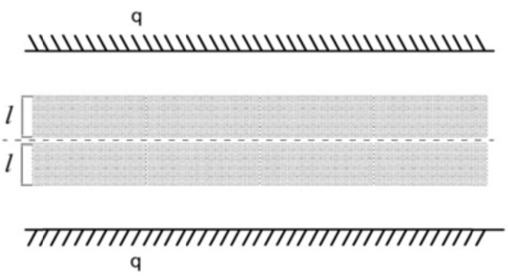
$$\begin{aligned}
&\frac{d\theta_f(X,0)}{dY} = 0,\\
&\left(\frac{k_0}{k_f} + \lambda \frac{(\rho c_p)_{nf}}{(\rho c_p)_f} \varphi U(1-\Lambda)\right) \frac{d\theta_{nf}(X,1-\Lambda)}{dY} = \\
&\frac{d\theta_f(X,1-\Lambda)}{dY},\\
&\theta_f(X,1-\Lambda) = \theta_{nf}(X,1-\Lambda),\\
&\left(\frac{k_0}{k_f} + \lambda \frac{(\rho c_p)_{nf}}{(\rho c_p)_f} \varphi U(1)\right) \frac{d\theta_f(X,1)}{dY} = 1
\end{aligned} \quad (۱۳)$$

در معادلات فوق $\Lambda = l/h$ ضخامت بی‌بعد منطقهٔ تفرق. البته می‌توان توزیع‌های دیگری ازجمله توزیع سهموی یا نمایی را برای عناصر تفرق درنظر گرفت. در مسئلهٔ حاضر تعداد کل عناصر تفرق (ذرات نانو) ثابت درنظر گرفته می‌شود. به این ترتیب، کسر حجمی عناصر تفرق برای آرایش مرکزی و یا مرزی در توزیع یکنواخت، به ضخامت آنها بستگی دارد و از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید [18]:

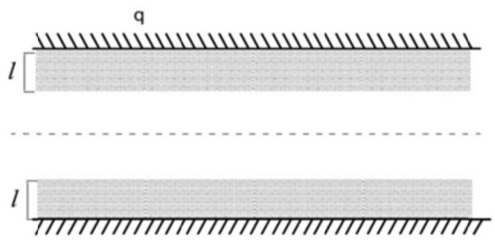
$$\varphi = \frac{\varphi_0 h}{l} = \frac{\varphi_0}{\Lambda} \quad (۱٤)$$

در این رابطه φ_0 کسر حجمی نانوسیال وقتی که کل کانال را پر کرده است، می‌باشد.

در عمل، ایجاد توزیع‌های متفاوت (غیریکنواخت) برای پخش ذرات نانو در جریان سیال نسبت به توزیع یکنواخت دارای پیچیدگی‌ها و دشواری‌هایی خواهد بود، اما با تکنولوژی و تجهیزات مدرن امروزی غیرممکن نیست.



شکل ۲ آرایش مرکزی برای ناحیهٔ تفرق حرارتی (ناحیهٔ تزریق نانوذرات)



شکل ۳ آرایش مرزی برای ناحیهٔ تفرق حرارتی (ناحیهٔ تزریق نانوذرات)

دو توزیع پرکاربرد در این زمینه شامل توابع سهموی و نمایی و توزیع سهموی به‌صورت زیر است [18]:

$$\varphi=\varphi_0\left(1+D_c\left((\frac{1}{3}-\left(\frac{y}{h}\right)^2\right)\right) \quad (۱۵)$$

$$\varphi=\frac{\varphi_0 D_e}{e^{D_e}-1}e^{D_e Y} \quad (۱۶)$$

باید توجه داشت که کسر حجمی متوسط برای هر توزیع بدون توجه به مقادیر D_c و D_e برابر φ_0 است. یکی از اهداف این پژوهش به‌دست آوردن مقادیری از D_c و D_e است که حداکثر انتقال حرارت را در داخل کانال تولید کند.

با حل معادلات حاکم (۱۰ و ۱۱) تحت شرایط مرزی (۱۲ و ۱۳) می‌توان توزیع دمای داخل کانال را به‌دست آورد. دمای متوسط روی دیوارهٔ کانال $(\bar{\theta}_w)$ از رابطهٔ زیر قابل‌محاسبه می‌باشد:

$$\bar{\theta}_w=\frac{\int_0^B\theta(X,h)dX}{B} \quad (۱۷)$$

همچنین دمای حجمی متوسط (θ_m) در هر مقطع X کانال از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\theta_m(X)=\int_0^1 U(Y)\theta(X,Y)dY \quad (۱۸)$$

بنابراین عدد ناسلت روی دیوارهٔ کانال در هر مقطع از X را می‌توان به‌شکل زیر به‌دست آورد:

$$Nu=\frac{h_c h}{k_f}=\frac{1}{\theta_w(X)-\theta_m(X)} \quad (۱۹)$$

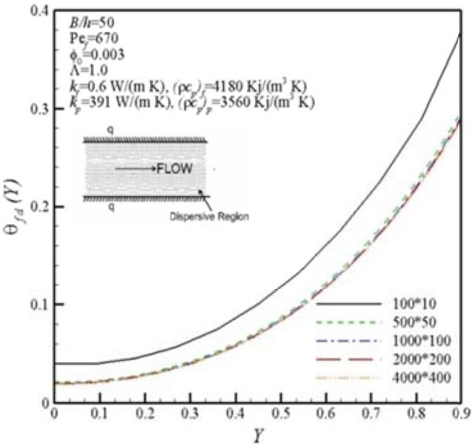
در رابطهٔ اخیر h_c ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی برروی صفحات کانال است و $\theta_w(X)$ دمای صفحات کانال در هر مقطع X از کانال است.

روش عددی

روش عددی مورد استفاده در این تحقیق برای حل معادلات دیفرانسیل حاکم، روش تفاضل محدود است. معادلات (۹ و ۱۰) بااستفاده از تفاضل مرکزی سه نقطه درجهت Y و تفاضل رو به عقب (Backward) برای گرادیان دما درجهت X گسسته می‌شوند. درنتیجه سیستم سه‌قطری از معادلات جبری در $X=\Delta X$ حاصل می‌شود که بااستفاده از الگوریتم توماس [22] حل خواهد شد. این روش برای مقادیر متوالی X از ناحیه ورودی کانال تا شرایط توسعه‌یافتگی گرمایی و زمانی که X به‌مقدار B برسد ادامه می‌یابد. لازم‌به‌ذکر است همان‌طور که قبلاً نیز عنوان شد، در معادلات حاکم بر مسئله پروفیل سرعت در داخل کانال توسعه‌یافته فرض شده است و از آنجا که حجم عناصر تفرق بسیار کوچک است پروفیل سرعت را می‌توان به‌شکل سهموی و معادلهٔ (۲) درنظر گرفت.

مطالعهٔ شبکه. دستگاه معادلات غیر خطی حاکم بر مسئله، بااستفاده از روش تفاضل محدود، در محیط برنامه نویسی فرترن (Fortran) و با الگوریتم ضمنی حل شده است. به‌منظور بررسی استقلال جواب‌های به‌دست‌آمده از شبکهٔ حل، معادلات حاکم بااستفاده از چندین شبکه حل شد. تأثیر شبکه بر پارامترهای مختلف به‌دقت مورد بررسی قرار گرفت. اگر تعداد تقسیمات شبکه درجهت محوری X با NX و تعداد تقسیمات شبکه درجهت عرضی Y با NY نشان داده شود آن‌گاه به‌ازای $NX*NY$ مختلف می‌توان حل معادلات را انجام داد. به‌عنوان نمونه در شکل (٤) پروفیل دما در ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی $(X=50)$ با

فرض توزیع سهموی برای میدان سرعت برای جریان درحالتی‌که عناصر تفرق (نانوذرات) از کل عرض کانال می‌گذرند، داده شده است. مشاهده می‌شود وقتی تعداد گره‌های شبکه بیشتر از 100×1000 گره می‌شود، دیگر ظریف‌تر کردن شبکه تأثیری در حل انجام‌شده ندارد، بنابراین یک شبکهٔ 1000×100 به‌عنوان شبکهٔ حل انتخاب شده است.



شکل ٤ مطالعه و انتخاب شبکه

حل تحلیلی و اعتبارسنجی نتایج

با درنظر گرفتن حالت خاص و ساده‌شده‌ای از این مسئله شامل جریان توسعه یافته هیدرودینامیکی یکنواخت درون کانال به‌طوری‌که $U=1$ باشد، معادلات حاکم (۱۰ و ۱۱) به‌صورت زیر ساده خواهند شد:

$$\frac{\partial^2\theta_{nf}}{\partial Y^2}=\frac{1}{\left(\frac{k_0}{k_f}+\lambda\frac{\left(\rho c_p\right)_{nf}}{\left(\rho c_p\right)_f}\varphi\right)} \qquad (۲۰)$$

$$\frac{\partial^2\theta_f}{\partial Y^2}=1 \qquad (۲۱)$$

با تعریف $A=\frac{k_0}{k_f}+\lambda\frac{\left(\rho c_p\right)_{nf}}{\left(\rho c_p\right)_f}\varphi$ و همچنین حل معادلات دیفرانسیل سادهٔ (۲۰ و ۲۱) برای آرایش مرکزی (شکل ۲ و شرایط مرزی ۱۲) به‌صورت زیر خواهد بود:

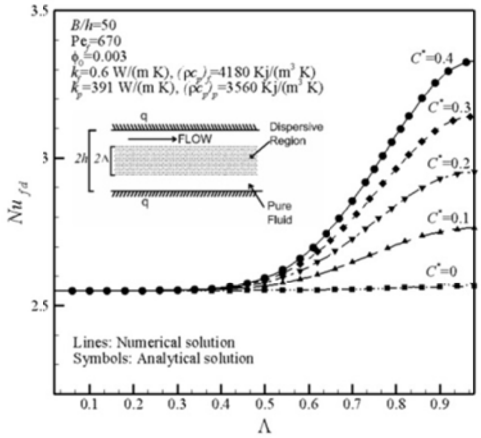
$$\frac{\theta_w(X)-\theta_{nf}(X,Y)}{\theta_w(X)-\theta_m(X)}=\frac{1.5\left(\Lambda^2-Y^2\right)+1.5A\left(1-\Lambda^2\right)}{\Lambda^3-A\left(\Lambda^3-1.5\Lambda^2+0.5\right)+1.5A\left(1-\Lambda^2\right)},\quad 0<Y<\Lambda \qquad (۲۲)$$

$$\frac{\theta_w(X)-\theta_f(X,Y)}{\theta_w(X)-\theta_m(X)}=\frac{1.5A\left(1-Y^2\right)}{\Lambda^3-A\left(\Lambda^3-1.5\Lambda^2+0.5\right)+1.5A\left(1-\Lambda^2\right)},\quad \Lambda<Y<1 \qquad (۲۳)$$

بنابراین عدد ناسلت روی دیوارهٔ کانال در هر مقطع از X در این حالت به‌صورت زیر خواهد بود:

$$Nu_{fd}=\frac{1}{\theta_w(X)-\theta_m(X)}=\frac{3A}{\Lambda^3-A\left(\Lambda^3-1.5\Lambda^2+0.5\right)+1.5A\left(1-\Lambda^2\right)} \qquad (۲٤)$$

اکنون بااستفاده از حل تحلیلی انجام‌شده و مقایسهٔ آن با نتایج حل عددی در حالت متناظر، اعتبارسنجی نتایج حاصل از حل عددی اختلاف محدود انجام خواهد گرفت. در شکل (۵) مقایسهٔ دقیقی بین نتایج حل عددی و تحلیلی برای تأثیر ضریب تفرق بر عدد ناسلت روی دیوارهٔ کانال در ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی $(X = 50)$ و جریان یکنواخت برای مقادیر مختلف Λ در آرایش مرکزی نانوذرات ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود توافق بسیار خوب و دقیقی بین آنها وجود دارد که حاکی از صحت و دقت مناسب روش عددی مورد استفاده است.

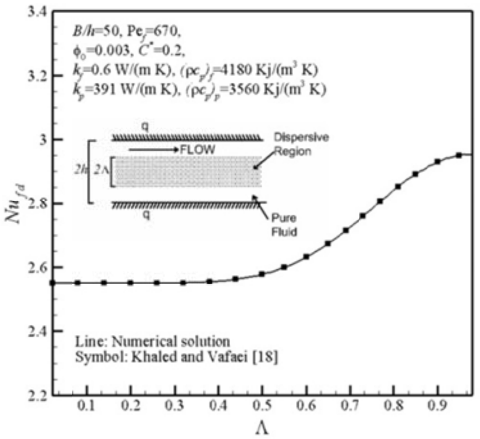


شکل ۵ مقایسهٔ نتایج عددی و تحلیلی برای تأثیر ضریب تفرق برعدد ناسلت دیوارهٔ کانال در ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی برای آرایش مرکزی

همچنین به‌منظور اعتبارسنجی بیشتر، نتایج حل حاضر با نتایج به‌دست‌آمده از مقالهٔ خالد و وفایی [18] مقایسه می‌شود. نتایج به‌دست‌آمده برای تغییرات عدد ناسلت روی دیوارهٔ کانال در ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی $(X = 50)$ با ضخامت منطقهٔ تفرق حرارتی در آرایش مرکزی نانوذرات، درمقایسه با نتایج ارائه‌شده در مقالهٔ خالد و وفایی [18]، در شکل (٦) ارائه شده است. همان‌طور که از این شکل دیده می‌شود توافق بسیار دقیق و نزدیکی بین این نتایج وجود دارد که صحت و دقت حل عددی حاضر را بیش از پیش مورد تأیید قرار می‌دهد.

تحلیل نتایج و بحث

همان‌طور که در بخش (۲) ذکر شد، حل این مسئله برای دو توزیع متفاوت نانوذرات و فرض پروفیل سهموی برای میدان سرعت انجام شده است. در توزیع مرکزی (شکل ۲)، منطقه‌ای مستطیل‌شکل به‌ارتفاع $2l$ حول خط مرکزی کانال شامل اثرات پراکندگی حرارتی (نانوذرات) و ناحیهٔ باقی‌مانده شامل حرکت سیال خالص درنظر گرفته می‌شود. در توزیع مرزی (شکل ۳)، منطقه شامل اثرات پراکندگی حرارتی (نانوذرات) تنها در دو منطقهٔ مستطیل‌شکل چسبیده به دیواره‌های کانال با ارتفاع یکسان l درنظر گرفته می‌شود و ناحیهٔ باقی‌مانده شامل حضور سیال خالص می‌باشد. در این قسمت به تحلیل و بحث در مورد نتایج این دو توزیع نانوذرات داخل کانال پرداخته می‌شود.

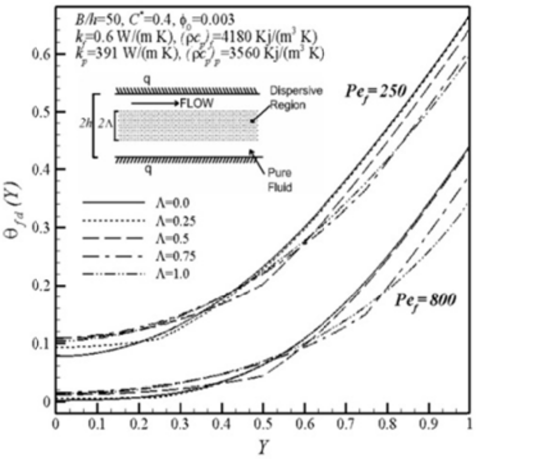


شکل ٦ مقایسهٔ نتایج عددی برای تأثیر عدد پکله بر عدد ناسلت دیوارهٔ کانال در ناحیهٔ توسعه‌یافته برای آرایش مرکزی

توزیع مرکزی. در شکل (۷) توزیع دمای عرضی داخل کانال در ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی به‌ازای مقادیر مختلف ضخامت ناحیهٔ تزریق نانوذرات (Λ) و اعداد پکلهٔ مختلف نشان داده شده است. همان‌طور که انتظار می‌رود و مطابق شکل با افزایش ضخامت ناحیهٔ حضور نانوذرات و نزدیک شدن این ناحیه به دیواره‌های کانال، پروفیل دمای بی‌بعد یا همان اختلاف دما به‌شدت کم می‌شود زیرا اثر مستقیم حضور نانوذرات افزایش ضریب انتقال گرما است که باتوجه به شرط مرزی شار گرمای ثابت، اختلاف دما باید روند کاهشی داشته باشد. همچنین تفاوت شیب نمودارها در مرز بین ناحیهٔ تفرق (نانوذرات) و ناحیهٔ حضور سیال خالص قابل‌توجه است. همچنین با افزایش عدد پکله از $Pe_f = 250$ به $Pe_f = 800$ دمای عرضی نانوسیال

ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی داخل کانال به‌میزان زیادی کاهش می‌یابد. این روند باتوجه به کاهش ضریب هدایت حرارتی سیال قابل‌توجیه است.

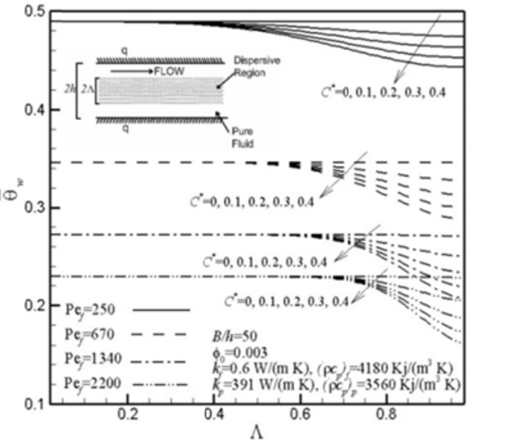
در شکل (۸) تأثیر ضریب تفرق C^* بر درجه‌حرارت متوسط کل صفحه برای مقادیر مختلف ضخامت ناحیهٔ تفرق (Λ) به‌ازای اعداد پکله مختلف نشان داده شده است. همان‌طورکه دیده می‌شود دمای متوسط صفحه برای $Pe_f = 250$ در مقادیر Λ کمتر از 0.2 تقریباً بدون تغییر است، درحالی‌که این مقدار برای $Pe_f = 670$ تقریباً 0.37 است. همچنین مرز تغییرات دمای متوسط صفحه برای $Pe_f = 1340$ و $Pe_f = 2200$ به‌ترتیب حدوداً از اعداد 0.5 و 0.58 شروع می‌شود.



شکل ۷ تأثیر ضخامت منطقه تفرق حرارتی بر توزیع دمای بی‌بعد عرضی ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی برای آرایش مرکزی در اعداد پکلهٔ مختلف

حداکثر عدد ناسلت و یا همان حداقل درجه‌حرارت متوسط صفحه به‌ازای بیشترین مقدار ضریب تفرق اتفاق می‌افتد که با افزایش بیشتر ضخامت ناحیهٔ حضور نانوذرات و نزدیک‌شدن این ناحیه به دیواره‌های کانال این رفتار دائماً تشدید می‌شود که باتوجه به تأثیرات ذرات نانو در افزایش ضریب انتقال حرارت، پدیده‌ای قابل پیش‌بینی است. از طرف دیگر نتیجهٔ مستقیم افزایش عدد پکله، کاهش شدید گرادیان دما است. دلیل این است که گرادیان دمایی در نزدیکی خط مرکزی جریان با افزایش Pe_f کاهش می‌یابد که موجب کاهش اثرات پراکندگی حرارتی می‌شود.

در شکل (۹) تأثیر ضریب تفرق C^* بر عدد ناسلت در خروجی کانال (ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی) برای مقادیر مختلف ضخامت ناحیهٔ تفرق (Λ) به‌ازای اعداد پکلهٔ مختلف نشان داده شده است.



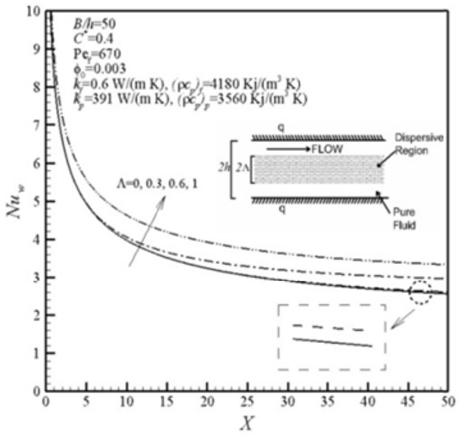
شکل ۸ تأثیرات ضریب تفرق حرارتی، عدد پکله و ضخامت منطقهٔ تفرق بر دمای متوسط بی‌بعد دیوارهٔ کانال برای آرایش مرکزی

ازآنجاکه مطابق رابطهٔ سرمایش نیوتن، تغییرات عدد ناسلت با گرادیان دما رابطهٔ عکس دارند، لذا انتظار می‌رود روند تغییرات عدد ناسلت عکس رفتار گرادیان دما در شکل (۷) باشد و همان‌طور که در شکل (۸) نیز دیدیم عدد ناسلت روی دیواره برای $Pe_f = 250$ در مقادیر Λ کمتر از 0.2 تقریباً بدون تغییر است، درحالی‌که این مقدار برای $Pe_f = 670$ تقریباً 0.37 است. همچنین مرز تغییرات دمای متوسط صفحه برای $Pe_f = 1340$ و $Pe_f = 2200$ به‌ترتیب حدوداً از اعداد 0.5 و 0.58 شروع می‌شود.

این اعداد مرزی دقیقاً با مقادیر شکل (۷) متناظر

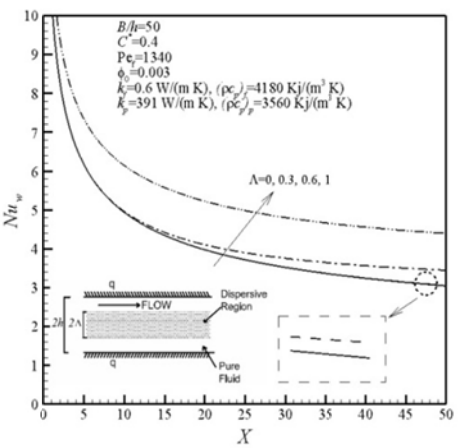
هستند. حداکثر عدد ناسلت روی دیواره و یا همان حداقل درجه‌حرارت متوسط صفحه به‌ازای بیشترین مقدار ضریب تفرق اتفاق می‌افتاد که با افزایش بیشتر ضخامت ناحیهٔ حضور نانوذرات و نزدیک شدن این ناحیه به دیواره‌های کانال این رفتار دائماً تشدید می‌شود که باتوجه به تأثیرات ذرات نانو در افزایش ضریب انتقال حرارت، پدیده‌ای قابل پیش‌بینی است. از طرف دیگر نتیجهٔ مستقیم افزایش عدد پکله، افزایش عدد ناسلت روی دیواره است.

تغییرات عدد ناسلت روی دیواره از نقطهٔ ورود تا خروج کانال به‌ازای مقادیر مختلف Λ در آرایش مرکزی نانوذرات در شکل‌های (۱۲-۱۰) به‌ترتیب برای اعداد پکله $Pe_f = 670$، $Pe_f = 1340$ و $Pe_f = 2200$ ارائه شده است.

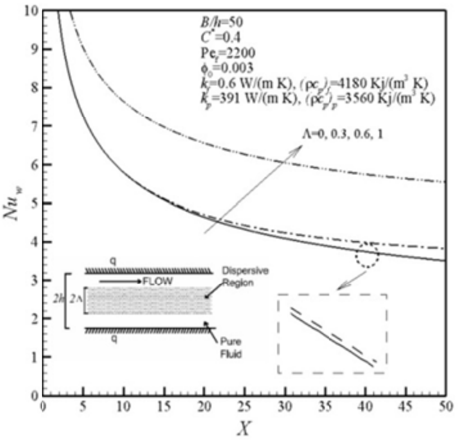


شکل ۱۰ تأثیر ضخامت منطقهٔ تفرق حرارتی بر عدد ناسلت دیواره برای $Pe_f = 670$ و آرایش مرکزی

همان‌طور که مشاهده می‌شود به‌علت تأثیرات ناحیهٔ ورودی از نقطهٔ ورود تا ابتدای ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی عدد ناسلت دیواره به‌شدت کاهش می‌یابد، اما پس از ورود به بخش توسعه‌یافتهٔ حرارتی عدد ناسلت تقریباً به‌مقدار ثابتی خواهد رسید. افزایش عدد ناسلت دیواره دراثر افزایش ضخامت ناحیهٔ حضور نانوذرات و نزدیک شدن این ناحیه به دیواره‌ها نیز به‌خوبی قابل‌مشاهده و توجیه‌پذیر است.



شکل ۱۱ تأثیر ضخامت منطقهٔ تفرق حرارتی در آرایش مرکزی بر عدد ناسلت دیواره برای $Pe_f = 1340$ و آرایش مرکزی

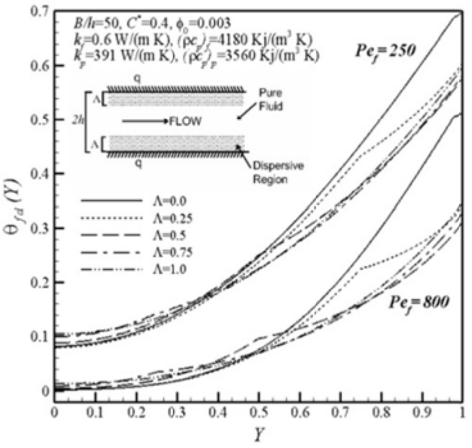


شکل ۱۲ تأثیر ضخامت منطقهٔ تفرق حرارتی در آرایش مرکزی بر عدد ناسلت دیواره برای $Pe_f = 2200$ و آرایش مرکزی

نکتهٔ دیگر این‌که با مقایسهٔ شکل‌های (۱۲-۱۰) می‌توان نتیجه گرفت که افزایش عدد پکله، افزایش عدد ناسلت دیواره را درپی دارد که باتوجه به توضیحات قبلی به‌خوبی قابل‌توجیه است.

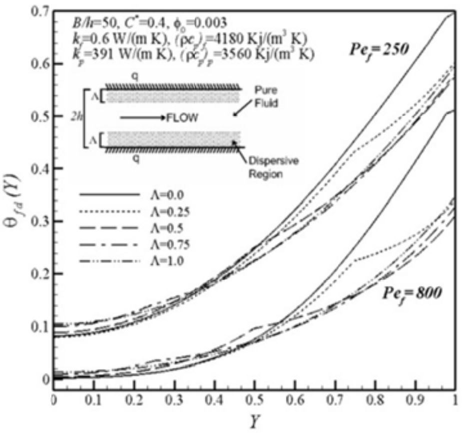
توزیع مرزی. توزیع عرضی گرادیان دما داخل کانال در ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی به‌ازای مقادیر مختلف ضخامت ناحیهٔ تزریق نانوذرات (Λ) و اعداد پکلهٔ مختلف در شکل (۱۳) نشان داده شده است. دقیقاً مشابه با رفتار مشاهده‌شده در توزیع مرکزی در این

حالت نیز با افـزایش ضـخامت ناحیـهٔ حضـور عناصـر تفرق و نزدیک شدن این ناحیه به مرکز کانال، گرادیـان دمای داخل کانال به‌علـت حضـور بیشـتر نـانوذرات و افزایش ضریب انتقال گرما کم می‌شود. باز هم وضـوح تفـاوت شـیب نمودارهـا در مـرز بـین ناحیـهٔ تفـرق (نانوذرات) و ناحیهٔ حضور سـیال خـالص قابل‌توجـه است. در این حالت نیز واضح است که با افزایش عـدد پکلـه از $Pe_f = 250$ بـه $Pe_f = 800$ دمـای عرضـی نانوسیال در ناحیهٔ توسعه‌یافته به‌علـت کـاهش ضـریب هدایت حرارتی سیال، کاهش می‌یابد.

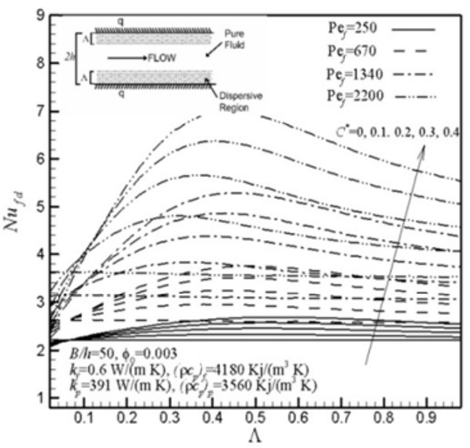


شکل ۱۳ تأثیر ضخامت منطقهٔ تفرق حرارتی بر توزیع دمای بی‌بعد عرضی ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی برای آرایش مرزی در اعداد پکلهٔ مختلف

همچنین در شکل‌های (۱٤ و ۱٥) تأثیرات ضریب تفرق C^* به‌ترتیب بر درجه‌حرارت متوسط کل صفحه و عدد ناسلت در خروجی کانـال (ناحیـهٔ توسـعه‌یافتـهٔ حرارتی) برای مقـادیر مختلـف Λ و Pe_f نشـان داده شده است. مسئلهٔ حائز اهمیت در اینجا این اسـت کـه برخلاف آرایـش مرکـزی کـه درجـه‌حـرارت متوسـط صـفحه (و متنـاظر بـا آن عـدد ناسـلت در ناحیـهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی) در مقـادیر کوچـک‌تـر Λ تقریبـاً بدون تغییر بود، در آرایش مـرزی ایـن مقـادیر بـه‌ازای تمامی مقادیر Λ متفاوت است.



شکل ۱٤ تأثیرات ضریب تفرق حرارتی، عدد پکله و ضخامت منطقهٔ تفرق بر دمای متوسط بی‌بعد دیوارهٔ کانال برای آرایش مرزی

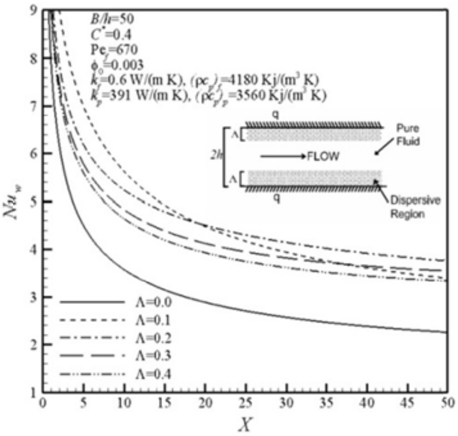


شکل ۱٥ تأثیرات ضریب تفرق حرارتی، عدد پکله و ضخامت منطقهٔ تفرق بر عدد ناسلت ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی برای آرایش مرزی

دلیل فیزیکی این موضوع این است که در آرایـش مرزی ذرات نانو از روی مرز صفحات تزریق می‌شوند، لذا تغییـر ضـخامت تزریـق ذرات نـانو از همـان ابتـدا موجب تأثیر بر ویژگی‌های حرارتی سیال ازجمله دما و عدد ناسلت خواهد شد.

باتوجه به این‌که در آرایش مرزی برخلاف آرایـش مرکزی تغییرات درجه‌حرارت متوسـط صـفحه و عـدد

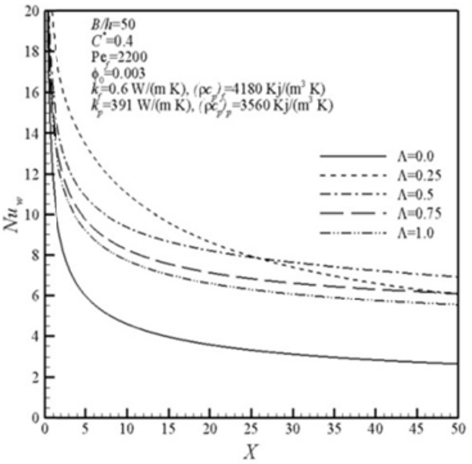
ناسلت خروجی با Λ به‌شکل یکنواخت نمی‌باشد، لذا در آرایش مرزی کمترین گرادیان دما و یا به‌عبارتی بیشترین عدد ناسلت خروجی به‌ازای مقدار خاصی از ضخامت ناحیهٔ تفرق (Λ) اتفاق می‌افتاد. این مقدار بهینه Λ برای $Pe_f = 250$ در حدود 0.53 و برای $Pe_f = 670$، $Pe_f = 1340$ و $Pe_f = 2200$ به‌ترتیب در حدود 0.5، 0.4 و 0.36 می‌باشد. باز هم توجه به این نکته ضروری است که نتیجهٔ افزایش عدد پکله، کاهش شدید گرادیان دما و افزایش عدد ناسلت می‌باشد.



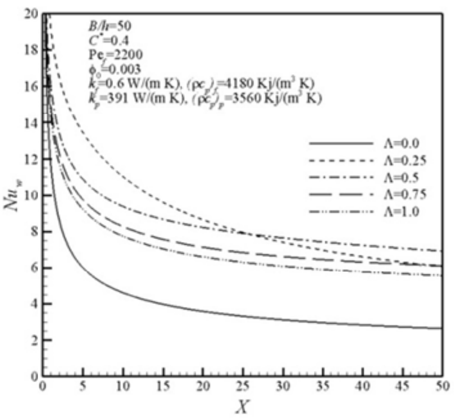
شکل ۱٦ تأثیر ضخامت منطقهٔ تفرق حرارتی در آرایش مرزی بر عدد ناسلت دیواره برای $Pe_f = 670$ و آرایش مرکزی

در شکل‌های (۱٦ و ۱۷) تغییرات عدد ناسلت روی صفحات کانال از نقطهٔ ورود تا خروج به‌ازای مقادیر متفاوت Λ در آرایش مرزی به‌ترتیب برای اعداد پکلهٔ $Pe_f = 670$ و $Pe_f = 2200$ ارائه شده است. همان‌طور که ذکر شد، تأثیرات ناحیهٔ ورودی از نقطهٔ ورود تا ابتدای ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی عدد ناسلت دیواره را به‌شدت کاهش می‌دهد، اما پس از ورود به بخش توسعه‌یافتهٔ حرارتی عدد ناسلت تقریباً به‌مقدار ثابتی خواهد رسید. مقایسهٔ شکل‌های (۱٦ و ۱۷) نشان می‌دهد که افزایش عدد پکله موجب افزایش قابل‌توجه عدد ناسلت دیواره می‌شود که باتوجه به روند شکل (۱٤) و توضیحاتی که در آن مورد داده شد، به‌خوبی قابل‌توجیه است.

به‌دلیل تأثیرات متضاد و اختلاطی رسانش ذرات نانو از یک سو و هدایت حرارتی جابه‌جایی ناشی از سرعت سیال از سوی دیگر، عدد ناسلت دیواره دراثر افزایش ضخامت ناحیهٔ حضور نانوذرات و نزدیک شدن این ناحیه به مرکز کانال دارای تغییرات منظم و پیش‌بینی‌شده‌ای نمی‌باشد.



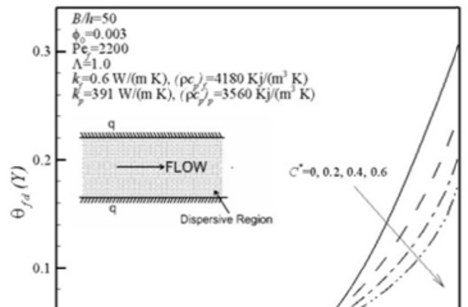
شکل ۱۷ تأثیر ضخامت منطقهٔ تفرق حرارتی در آرایش مرزی بر عدد ناسلت دیواره برای $Pe_f = 2200$ و آرایش مرکزی



شکل ۱۸ تأثیر ضریب تفرق حرارتی بر توزیع دمای بی‌بعد عرضی ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی برای کانال پرشده با تابع توزیع یکنواخت نانوذرات و $Pe_f = 670$

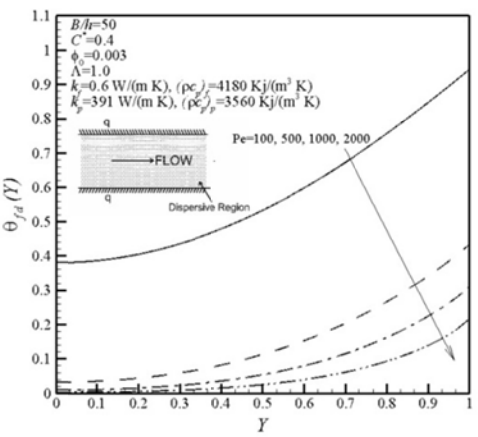
توزیع نانوذرات در کل کانال. در شکل‌های (۱۸ و ۱۹) پروفیل عرضی گرادیان دما داخل کانال اشباع‌شده از عناصر تفرق (نانوذرات) به‌صورت یکنواخت در ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی به‌ازای مقادیر مختلف ضریب تفرق C^* به‌ترتیب برای اعداد پکلهٔ $\mathrm{Pe_f} = 670$ و $Pe_f = 2200$ ارائه شده است.

باتوجه به این شکل‌ها واضح است که با حضور ذرات نانو در داخل سیال، افزایش ضریب تفرق موجب افزایش گرادیان دما در نیمهٔ ابتدایی میدان جریان می‌شود، اما در نیمهٔ دوم که با جدارهٔ کانال در ارتباط است کاهش شدید گرادیان دما را دراثر افزایش ضریب تفرق می‌توان مشاهده کرد به‌طوری‌که به‌ازای تمامی مقادیر C^*, گرادیان دمای بی‌بعد در یک مختصات مشخص از لوله یکسان می‌باشد. مقایسهٔ این شکل‌ها کاهش کلی دمای عرضی ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی داخل کانال را دراثر افزایش عدد پکله از $\mathrm{Pe_f} = 250$ به $\mathrm{Pe_f} = 800$ نشان می‌دهد. این روند باتوجه به کاهش ضریب هدایت حرارتی سیال دراثر افزایش عدد پکله قابل‌توجیه است.



شکل ۱۹ تأثیر ضریب تفرق حرارتی بر توزیع دمای بی‌بعد عرضی ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی برای کانال پرشده با تابع توزیع یکنواخت نانوذرات و $\mathrm{Pe_f} = 2200$

تغییرات توزیع عرضی گرادیان دما داخل کانال اشباع‌شده از نانوذرات به‌صورت یکنواخت در ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی به‌ازای مقادیر مختلف عدد پکله را در شکل (۲۰) می‌توان مشاهده کرد. ازآنجاکه عدد پکله نسبت جابه‌جایی به هدایت (پخش) را در سیال بیان می‌کند و باتوجه به حضور نانوذرات داخل کانال، که موجب افزایش شدید قابلیت هدایت سیال می‌شود، لذا در این حالت با وجود شار گرمایی ثابت اعمال‌شده به جدارهٔ کانال، افزایش عدد پکله همراه با افزایش ویژگی‌های انتقال حرارتی سیال است که هم‌زمان موجب کاهش گرادیان دما می‌شود. این مطلب به‌خوبی در شکل (۲۰) قابل مشاهده است.

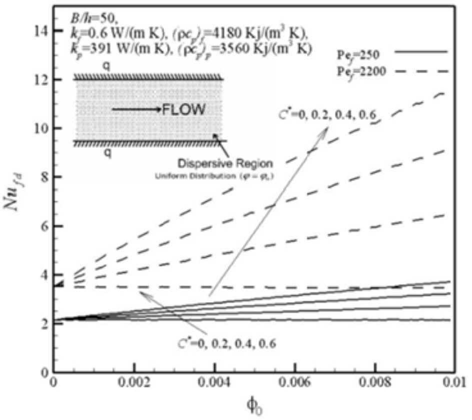


شکل ۲۰ تأثیر عدد پکله بر توزیع دمای بی‌بعد عرضی ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی برای کانال پرشده با تابع توزیع یکنواخت نانوذرات

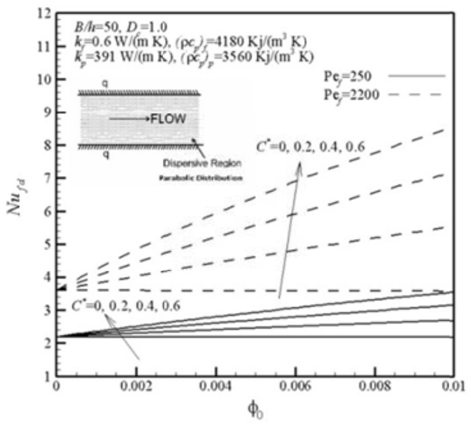
همچنین در شکل‌های (۲۱-۲۳) تأثیرات ضریب تفرق (C^*) و کسر حجمی نانوذرات (φ_0) بر عدد ناسلت در خروجی کانال (ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی) برای اعداد پکلهٔ مختلف به‌ترتیب برای توزیع یکنواخت، سهموی و نمایی نانوذرات در داخل کل کانال نشان داده شده است.

مطابق با شکل (۲۱) با افزایش کسر حجمی نانوذرات در داخل کانال با توزیع یکنواخت، به‌علت افزایش قابل‌ملاحظهٔ ضریب رسانش نانوسیال دراثر حضور نانوذرات بیشتر، افزایش چشم‌گیری در عدد ناسلت ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی کانال مشاهده

می‌شود. همچنین با افـزایش ضـریب تفـرق حرارتـی، مطابق با رابطـهٔ (٤)، هـدایت حرارتـی مـؤثر نانوسـیال افزایش می‌یابـد، لـذا قابلیـت انتقـال حـرارت و عـدد ناسلت افزایش می‌یابد. ضمناً مطابق با انتظار با افزایش عدد پکله به‌علـت افـزایش قـدرت جابـه‌جـایی، عـدد ناسلت افزایش می‌یابد.



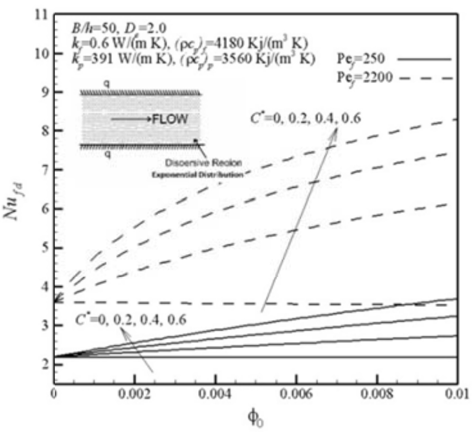
شکل ۲۱ تأثیرات ضریب تفرق و کسر حجمی عناصر تفرق بر عدد ناسلت دیواره در ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی به‌ازای اعداد پکلهٔ مختلف برای تابع توزیع یکنواخت نانوذرات



شکل ۲۲ تأثیرات ضریب تفرق و کسر حجمی عناصر تفرق بر عدد ناسلت دیواره در ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی به‌ازای اعداد پکلهٔ مختلف برای تابع توزیع سهموی نانوذرات

همچنین در شکل‌های (۲۲ و ۲۳) تأثیرات ضریب تفرق و کسـر حجمـی نـانوذرات بـر عـدد ناسـلت در خروجی کانال (ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی) برای اعـداد پکلهٔ مختلف، به‌ترتیب برای توزیـع سـهموی و نمـایی نشان داده شده است. افـزایش شـدید عـدد ناسـلت و قابلیت انتقال حرارت جریان سیال دراثر افـزایش کسـر حجمی نانوذرات و ضریب تفرق، مطابق با آنچه بحـث شد، قابل‌پیش‌بینی و توجیه‌پذیر است.

به‌عبارت دیگر افـزایش هرکـدام از شـاخص‌هـای کسر حجمی نانوذرات و ضریب تفرق به مفهوم حضور گسترده‌تر ذرات ریز دارای هدایت حرارتی بـالا اسـت که موجب افزایش قدرت انتقال حرارت سیال خواهـد شد و این مطلب بـه‌خـوبی در شـکل‌هـای (۲۲ و ۲۳) قابل مشاهده است. مسئلهٔ حائز اهمیـت در اینجـا ایـن است که برخلاف توزیـع سـهموی کـه افـزایش عـدد ناسلت تقریباً به‌شکل خطی صورت می‌گیرد، در توزیع نمایی و به‌خصوص به‌ازای مقـادیر بـزرگ‌تـر ضـریب تفرق، افزایش عدد ناسلت رفتـاری غیرخطـی دارد کـه مهم‌ترین وجـه تمـایز ایـن دو تـابع توزیـع مـی‌باشـد. همان‌طور که دیده می‌شود همانند توزیع یکنواخت، در توزیع سهموی و نمایی نیز با افزایش عدد پکله به‌علت افزایش قدرت جابه‌جایی، عدد ناسلت افزایش می‌یابد.



شکل ۲۳ تأثیرات ضریب تفرق و کسر حجمی عناصر تفرق بر عدد ناسلت دیواره در ناحیهٔ توسعه‌یافتهٔ حرارتی به‌ازای اعداد پکلهٔ مختلف برای تابع توزیع نمایی نانوذرات

نتیجه‌گیری

در این مقاله بهبود در پدیدۀ انتقال حرارت داخل کانال پرشده از سیال با ویژگی‌های تفرق حرارتی متفاوت، موردمطالعه قرار گرفت. توزیع‌های مختلفی را می‌توان برای عناصر تفرق یا همان نانوذرات درنظر گرفت. نانوذرات را می‌توان به‌شکل یکنواخت در کل کانال، یا اطراف خط مرکزی کانال و یا در نزدیکی مرز یا جدارۀ کانال تزریق کرد. همچنین توابع توزیع متفاوتی همچون سهموی و نمایی را به‌جای توزیع یکنواخت برای پخش نانوذرات داخل کانال می‌توان مورد بررسی قرار داد. همان‌طور که دیده شد، نتیجۀ مهمی که حضور نانوذرات در داخل سیال دربردارد، افزایش کلی عدد ناسلت و درنتیجه ویژگی‌های انتقال حرارتی سیال است که پیش از این نیز قابل‌پیش‌بینی بود؛ اما توجه به ساختار و توزیع تزریق ذرات نانو و اثرات آن بر ویژگی‌های حرارتی نتیجۀ مهم‌تری از این پژوهش است. باتوجه به نتایج ارائه‌شده افزایش ضخامت نانوذرات تزریق‌شده در توزیع مرکزی از خط مرکزی لوله تا رسیدن به حالت اشباع تا جداره‌های کانال، به‌صورت یکنواخت موجب افزایش عدد ناسلت و قابلیت انتقال حرارت سیال می‌شود؛ اما در توزیع مرزی افزایش ضخامت نانوذرات تزریق‌شده از روی جدارۀ کانال تا رسیدن به خط مرکزی کانال، روندی به‌شکل صعودی- نزولی به عدد ناسلت خواهد داد، لذا در این توزیع مقدار خاصی از ضخامت را برای نانوذرات تزریق‌شده در کنار مرز لوله می‌توان به‌عنوان مقدار بهینه معرفی کرد که منجر به بیشترین عدد ناسلت خواهد شد. از طرف دیگر، در آرایش مرکزی عدد ناسلت در ناحیۀ توسعه‌یافتۀ حرارتی به‌ازای ضخامت‌های کوچک نانوذرات تزریقی بدون تغییر می‌باشد، درحالی که در آرایش مرزی عدد ناسلت در تمامی ضخامت‌های نانوذرات تزریقی از همان ابتدا متغیر است. دلیل فیزیکی این موضوع این است که در آرایش مرزی ذرات نانو از روی مرز صفحات تزریق می‌شوند، لذا تغییر ضخامت تزریق ذرات نانو از همان ابتدا موجب تأثیر بر عدد ناسلت خواهد شد. همچنین مقایسۀ دو تابع توزیع سهموی و نمایی برای تزریق نانوذرات در کانال نشان می‌دهد که تزریق سهموی نانوذرات موجب افزایش خطی عدد ناسلت می‌شود درحالی‌که تزریق نانوذرات با توزیع نمایی افزایش عدد ناسلت را به‌صورت غیرخطی به‌همراه دارد. نکتۀ قابل‌توجه دیگری که می‌توان به آن اشاره کرد این است که فارغ از نوع توزیع نانوذرات، با افزایش عدد پکله و به‌علت افزایش قدرت جابه‌جایی جریان نانوسیال، عدد ناسلت در ناحیۀ توسعه‌یافتۀ افزایش می‌یابد.

فهرست علائم

B	طول کانال
C^*	ضریب تفرق حرارتی (وابسته به ویژگی عناصر تفرق)
c_p	حرارت مخصوص
D_c	شاخص اندازۀ ذرات در توزیع سهموی
D_e	شاخص اندازۀ ذرات در توزیع نمایی
h	نصف عرض کانال
h_c	ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی
k	ضریب هدایت حرارتی
k_0	ضریب هدایت حرارتی ایستایی مؤثر نانوسیال
l	نصف ضخامت منطقۀ تزریق نانوسیال (منطقۀ تفرق حرارتی)
Nu	عدد ناسلت
Pe	عدد پکله
Pr	عدد پرانتل
q	شار حرارتی ثابت روی دیواره‌های کانال
T	دما
T_1	دمای ورود سیال به کانال
u	سرعت محوری
U	سرعت محوری بی‌بعد

x	مختصات محوری
X	مختصات محوری بی‌بعدشده
y	مختصات عرضی
Y	مختصات عرضی بی‌بعدشده

علائم یونانی

θ	دمای بی‌بعد
θ_m	دمای بی‌بعد حجمی متوسط
θ_W	دمای بی‌بعد دیوارهٔ کانال
ρ	چگالی
φ	کسر حجمی عناصر تفرق (نانوذرات)
φ_0	کسر حجمی عناصر تفرق وقتی به‌شکل یکنواخت کل کانال را پر کرده‌اند
Λ	ضخامت بی‌بعد منطقهٔ تفرق

زیرنویس‌ها

f	سیال خالص (عاری از نانوذرات)
m	مقدار متوسط
nf	نانوسیال
p	ذرات

مراجع

1. Yang, Y., "Characterizations and Convective Heat Transfer Performance of Nanofluids", Ph. D thesis, Lehigh University, UMI Publisher, Ann Arbor, (2011).
2. Xuan, Y. and Qiang, Li., "Investigation on Convective Heat Transfer and Flow Features of Nanofluids", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 125, No. 1, pp. 151-155, (2003).
3. Williams, W., Bourgiorno, J. and Hu, J., "Experimental Investigation of Turbulent Convective Heat Transfer and Pressure Loss of Alumina/Water and Zirconia/Water Nanoparticle Colloids (Nanofluid) in Horizontal Tubes", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 130, No. 4, pp. 42-48, (2008).
4. Rea, U., Mc rell, T. and Hu, L., "Laminar convective heat transfer and viscous pressure loss of alumina-water and zirconia-water nanofluids", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, pp. 2042-2048, (2008).
5. Fotukian, S.M. and Nasr Esfahany, M., "Experimental study of turbulent convective heat transfer and pressure drop of dilute CuO/water nanofluid inside a circular tube", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 214-219, (2010).
6. Pak, B. and Cho, Y.I., "Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particle", *Experimental Heat Transfer*, Vol. 11, pp. 151-170, (1998).
7. Bianco, V., Manca, O. and Nardini, S., "Numerical investigation on nanofluids turbulent convection heat transfer inside a circular tube", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50 pp. 341-349, (2011).
8. Behzadmehr, A., Saffar-Avval, M. and Galanis, N., "Prediction of turbulent forced convection of a nanofluid in a tube with uniform heat flux using a two phase approach", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 28, pp. 211–219, (2007).
9. Yu, W., France, D.M., Timofeeva, E.V., Singh, D. and Routbort, J.L., "Convective Heat Transfer of Nanofluids in Turbulent Flow", *Proceedings of Carbon Nano Materials and Applications Workshop*, Rapid city, USA, pp. 118-129, October 30 -November 1, (2011).
10. Xuan, Y. and Roetzel, W., "Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 3701-3707, (2000).
11. Chang, P.Y., Shiah, S.W and Fu, M.N., "Mixed convection in a Horizontal square packed-sphere channel under axially uniform heating peripherally uniform wall temperature", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 45, pp. 791-809, (2004).

12. Hancu, S., Ghinda, T., Ma, L., Lesnic, D. and Ingham, D.B., "Numerical modeling and experimental investigation of the fluid flow and contaminant dispersion in a channel", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 45, pp. 2707-2718, (2002).
13. Kuznetsov, A.V., Cheng, L. and Xiong, M., "Effects of thermal dispersion and turbulence in forced convection in a composite parallel-plate channel: investigation of constant wall heat flux and constant wall temperature cases", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 42, pp. 365-383, (2002).
14. Gunn, D.J., "An analysis of convective dispersion and reaction in the fixed-bed reactor", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, pp. 2861-2875, (2004).
15. Metzger, T., Didierjean, S. and Maillet, D., "Optimal experimental estimation of thermal dispersion coeffcients in porous media", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 47, pp. 3341-3353, (2004).
16. Amiri, A. and Vafai, K., "Analysis of dispersion effects and non-thermal equilibrium non-Darcian, variable porosity incompressible flow through porous medium", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 939-954, (1994).
17. Li, Q. and Xuan, Y., "Convective heat transfer and flow characteristics of cu-water nanofluid", *Science in China* (Series E), Vol. 45, pp. 408-416, (2002).
18. Khaled, A.R.A. and Vafai, K., "Heat transfer enhancement through control of thermal dispersion effects", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, pp. 2172-2185, (2005).
19. Shahnazari, M.R., Ziabasharhagh, M. and Talsaz, H., "Comparison of Thermal Dispersion Effects for Single and Two Phase Analysis of Heat Transfer in Porous Media", *International Journal of Engineering-Transactions B: Applications*, Vol. 24, No. 1, pp. 81-91, (2011).
20. Kameswaran, P.K. and Sibanda, P., "Thermal dispersion effects on convective heat and mass transfer in an Ostwald de Waele nanofluid flow in porous media", *Boundary Value Problems*, Vol. 27, pp. 243-270, (2013).
21. Wasp, F.J., "Solid–liquid Slurry Pipeline Transportation", Trans. Tech., Berlin, (1977).
22. Blottner, F.G., "Finite-difference methods of solution of the boundary-layer equations", *AIAA Journal*, Vol. 8, pp. 193-205, (1970).